

# Optimasi Operasi Unit-Unit Pembangkit Pada PLTU Barru

Remigius Tandioga<sup>1\*</sup>, Musrady Mulyadi<sup>2</sup>, Azwar<sup>3</sup> dan Widya Wirawati Rauf<sup>4</sup>

<sup>1,2,3,4</sup>Jurusan Teknik Mesin, Politeknik Negeri Ujung Pandang, Makassar 90245, Indonesia  
\*remigius\_tandioga@gmail.com

**Abstract:** The problem that is often faced by a power generating unit, especially thermal generators, is the high operating costs. In relation to operating costs, in this study, the calculation of operation optimization of thermal power plants aims to determine the optimal operating model, compare operating costs with various methods, and determine the lowest basic tariff cost for each generating unit. In this study, the method used for the optimal calculation of operating costs is the Lagrange multiplier method and dynamic programming. The main criteria that must be met is to know the input-output characteristics of the generating units. From the results of optimization calculations, it is known that the Lagrange multiplier method is more optimal than using the dynamic programming method even though the calculation results are almost the same. In general, the calculation results are more optimal than the real conditions of the PLTU Barru. Especially in May 2016, the optimal calculation results throughout the day (for 24 hours) with an average total power of 71.58 MW (71.58%) namely on the 7th, 20th, 21st, 26th, 27th, 28th, 29th, 30, and 31. The real condition of the PLTU Barru is more optimal than the calculation results with an average total power of 50.36 MW (50.36%) which is on the 4th at 17:00 – 24:00, the 5th at 01:00 – 16:00, the 6th at 01:00 – 17:00, the 8th at 17:00 – 24:00, the 10th at 01:00 – 08:00, the 11th at 01:00 – 12:00, date 18 hours 01:00 – 12:00, the 19th 01:00 – 02:00, the 22nd at 06:00, and the 25th at 21:00 – 22:00, and outside of that time the calculation results show the optimal value.

**Keywords:** Optimization; Optimal; Lagrange Multiplier Method; Dynamic Programming Method

**Abstrak:** Masalah yang sering dihadapi oleh suatu unit pembangkit listrik khususnya pembangkit termal adalah adanya biaya operasi yang cukup tinggi. Sehubungan dengan biaya operasi maka dalam penelitian ini dilakukan perhitungan optimasi operasi pada pembangkit termal yang bertujuan mengetahui model operasi yang optimal, membandingkan biaya operasi dengan berbagai metode, dan menentukan biaya tarif dasar yang termurah di setiap unit-unit pembangkit. Dalam penelitian ini, metode yang digunakan untuk perhitungan optimal biaya operasi adalah metode *Lagrange multiplier* dan *dynamic programming*. Kriteria utama yang harus dipenuhi adalah mengetahui karakteristik input-output dari unit-unit pembangkit tersebut. Dari hasil perhitungan optimasi diketahui bahwa metode *Lagrange multiplier* lebih optimal dibandingkan dengan menggunakan metode *dynamic programming* meskipun hasil perhitungannya hampir sama. Pada umumnya hasil perhitungan lebih optimal dibandingkan kondisi nyata PLTU Barru. Khususnya pada bulan Mei 2016, hasil perhitungan yang optimal sepanjang hari (selama 24 jam) dengan daya total rata-rata 71,58 MW (71,58%) yaitu pada tanggal 7, 20, 21, 26, 27, 28, 29, 30, dan 31. Adapun kondisi nyata PLTU Barru lebih optimal dibandingkan hasil perhitungan dengan daya total rata-rata 50,36 MW (50,36%) yaitu pada tanggal 4 jam 17:00 – 24:00, tanggal 5 jam 01:00 – 16:00, tanggal 6 jam 01:00 – 17:00, tanggal 8 jam 17:00 – 24:00, tanggal 10 jam 01:00 – 08:00, tanggal 11 jam 01:00 – 12:00, tanggal 18 jam 01:00 – 12:00, tanggal 19 jam 01:00 – 02:00, tanggal 22 jam 06:00, dan tanggal 25 jam 21:00 – 22:00, dan diluar dari waktu tersebut hasil perhitungan menunjukkan nilai optimal

**Kata kunci :** Optimasi; Optimal; Metode Lagrange Multiplier; Metode Dynamic Programming

## I. PENDAHULUAN

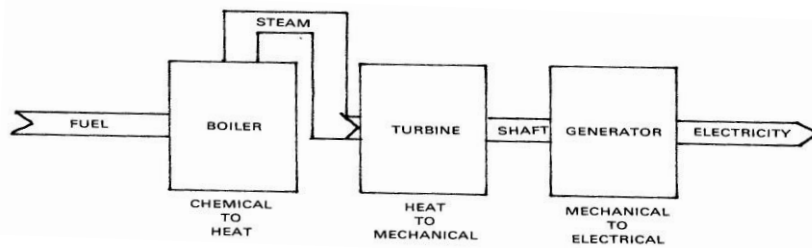
Pembangkit Untuk mencukupi kebutuhan beban, maka suatu sistem tenaga listrik diinterkoneksi karena energi listrik tidak dapat disimpan maka energi listrik harus dibangkitkan pada saat dibutuhkan. Energi listrik yang disalurkan sebaiknya ekonomis, terutama dalam proses pembangkitan tenaga listrik pada pembangkit termal. Kendala terbesar yang sering dihadapi oleh suatu unit pembangkit listrik, khususnya yang menggunakan bahan bakar sebagai tenaga penggerak. Setiap tahun bahan bakar akan semakin menipis dan membutuhkan biaya operasi yang cukup besar. Maka untuk mengatasi hal tersebut perlu dilakukan suatu optimasi agar mendapatkan biaya operasi yang minimum dengan daya paling optimal disetiap unit pembangkit listrik.

Sebuah industri pembangkit listrik memiliki dan mengoperasikan lebih dari satu unit

pembangkit. Demikian juga pada PLTU Barru dengan kapasitas sebesar 2 x 50 MW [1] memerlukan suatu metode untuk mengoptimalkan operasi pada unit-unit pembangkitnya. Adapun metode yang digunakan dalam pengoptimalisasian adalah metode *Lagrange multiplier* dan *dynamic programming*. Sehingga penulis mengadakan suatu penelitian mengenai “Optimasi Operasi Unit-Unit Pembangkit pada PLTU Barru”.

**A. PLTU**

Pembangkit Listrik Tenaga Uap (PLTU) adalah pembangkit yang mengandalkan energi kinetik dari uap untuk menghasilkan energi listrik.



Gambar 1. Proses Konversi Energi pada PLTU

Salah satu PLTU di Sulawesi Selatan ialah PLTU Barru yang menghasilkan energi listrik sebesar 2 x 50 MW dengan menggunakan batubara sebagai bahan bakarnya [1].

**B. Optimasi Unit Pembangkit Termal**

Optimasi merupakan suatu proses untuk mencari kondisi yang optimum, dalam arti paling menguntungkan [2].

Penjadwalan operasi dan pembagian beban unit-unit pembangkit yang berbeda dapat memberikan biaya yang berbeda pula, tergantung dari karakteristik masing-masing unit pembangkit yang dioperasikan [3]. Dalam pengoperasian sistem yang optimal perlu mengacu pada suatu manajemen operasi yang baik terutama karena melibatkan biaya operasi yang besar, khususnya untuk pembangkit termal. Sehingga untuk mencapai pengoperasian yang optimal dan ekonomis perlu adanya optimasi penjadwalan operasi dan pembagian beban [3-7].

**C. Biaya Operasi Pembangkit Termal**

1). Karakteristik *Input-Output*

Untuk unit pembangkit termal, karakteristik *input-output* disebut pemakaian bahan bakar sebagai fungsi dari daya yang dibangkitkan atau fungsi biaya operasi [8].

*Input* pada pembangkit termal berupa panas dari bahan bakar yang diberikan oleh boiler untuk menghasilkan output pembangkit (energi listrik), dapat ditulis dengan notasi H dengan satuan Ton/jam. Dapat pula dinyatakan dalam nilai uang yang menyatakan besarnya biaya yang di perlukan, ditulis dengan notasi C dengan satuan Rp/h sedangkan output pembangkit adalah daya listrik yang dikeluarkan oleh generator untuk mensuplai beban ditulis dengan notasi P dengan satuan MW.

Pada umumnya karakteristik *input-output* pembangkit termal didekati dengan fungsi polinomial orde dua yaitu:

$$H_n = \alpha_n + \beta_n P_n + \gamma_n P_n^2 \dots\dots\dots(1)$$

dimana :

- $H_n$  = *Input* bahan bakar pembangkit termal unit ke-n (Ton/jam).
- $P_n$  = *Output* pembangkit termal unit ke-n (MW).

$\alpha_n, \beta_n, \gamma_n$  = Konstanta *input-output* pembangkit termal unit ke-n.

Penentuan parameter  $\alpha_n, \beta_n, \gamma_n$  membutuhkan data yang berhubungan dengan *input* bahan bakar  $H_n$  dan *output* pembangkit  $P_n$ . Kemudian data tersebut diolah dengan menggunakan metode regresi kuadrat.

Metode regresi kuadrat digunakan untuk mencari suatu fungsi tertentu yang dihasilkan dari data pengamatan. Cara penyelesaian dengan menggunakan metode regresi kuadrat sebagai berikut:

$$S = \sum (\alpha_n + \beta_n P_n + \gamma_n P_n^2 - H_n)^2 \dots\dots\dots(2)$$

Dimana persyaratan yang harus dipenuhi sebagai berikut:

$$\frac{\partial S}{\partial \alpha} = \sum 2 (\alpha_n + \beta_n P_n + \gamma_n P_n^2 - H_n) = 0 \dots\dots\dots(3)$$

$$\frac{\partial S}{\partial \beta} = \sum 2 P_n (\alpha_n + \beta_n P_n + \gamma_n P_n^2 - H_n) = 0 \dots\dots\dots(4)$$

$$\frac{\partial S}{\partial \gamma} = \sum 2 P_n^2 (\alpha_n + \beta_n P_n + \gamma_n P_n^2 - H_n) = 0 \dots\dots\dots(5)$$

Sehingga :

$$(N)\alpha_n + (\sum P_n)\beta_n + (\sum P_n^2)\gamma_n = \sum H_n \dots\dots\dots(6)$$

$$(\sum P_n)\alpha_n + (\sum P_n^2)\beta_n + (\sum P_n^3)\gamma_n = \sum H_n P_n \dots\dots\dots(7)$$

$$(\sum P_n^2)\alpha_n + (\sum P_n^3)\beta_n + (\sum P_n^4)\gamma_n = \sum H_n P_n^2 \dots\dots\dots(8)$$

Maka akan membentuk suatu Sistem Persamaan Linier Tiga Variabel (SPLTV) dengan orde 3 pada persamaan (6), (7), dan (8), bila disusun sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} N & \sum P_n & \sum P_n^2 \\ \sum P_n & \sum P_n^2 & \sum P_n^3 \\ \sum P_n^2 & \sum P_n^3 & \sum P_n^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_n \\ \beta_n \\ \gamma_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum H_n \\ \sum H_n P_n \\ \sum H_n P_n^2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(9)$$

Solusi SPAL pada persamaan (9) dapat dilakukan dengan cara:

2). Analitis (aljabar) yaitu dengan menggunakan aturan Cramer

$$\alpha_n = \frac{\begin{vmatrix} \sum H_n & \sum P_n & \sum P_n^2 \\ \sum H_n P_n & \sum P_n^2 & \sum P_n^3 \\ \sum H_n P_n^2 & \sum P_n^3 & \sum P_n^4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} N & \sum P_n & \sum P_n^2 \\ \sum P_n & \sum P_n^2 & \sum P_n^3 \\ \sum P_n^2 & \sum P_n^3 & \sum P_n^4 \end{vmatrix}} \dots\dots\dots(10)$$

$$\beta_n = \frac{\begin{vmatrix} N & \sum H_n & \sum P_n^2 \\ \sum P_n & \sum H_n P_n & \sum P_n^3 \\ \sum P_n^2 & \sum H_n P_n^2 & \sum P_n^4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} N & \sum P_n & \sum P_n^2 \\ \sum P_n & \sum P_n^2 & \sum P_n^3 \\ \sum P_n^2 & \sum P_n^3 & \sum P_n^4 \end{vmatrix}} \dots\dots\dots(11)$$

$$\gamma_n = \frac{\begin{vmatrix} N & \Sigma P_n & \Sigma H_n \\ \Sigma P_n & \Sigma P_n^2 & \Sigma H_n P_n \\ \Sigma P_n^2 & \Sigma P_n^3 & \Sigma H_n P_n^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} N & \Sigma P_n & \Sigma P_n^2 \\ \Sigma P_n & \Sigma P_n^2 & \Sigma P_n^3 \\ \Sigma P_n^2 & \Sigma P_n^3 & \Sigma P_n^4 \end{vmatrix}} \dots\dots\dots(12)$$

Sehingga diperoleh persamaan biaya bahan bakar sebagai berikut

$$C_n = \alpha_n + \beta_n P_n + \gamma_n P_n^2 \text{ (Rp/h)} \dots\dots\dots(13)$$

dimana :

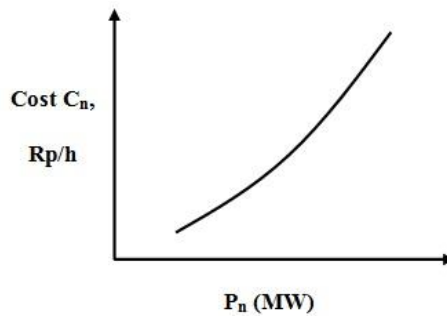
$C_n$  = Biaya bahan bakar pembangkit termal unit ke-n (Rp/h).

$P_n$  = Output pembangkit termal unit ke-n (MW).

$\alpha_n, \beta_n, \gamma_n$  = Konstanta *input-output* pembangkit termal unit ke-n.

Penentuan parameter  $\alpha_n, \beta_n, \gamma_n$  membutuhkan data yang berhubungan dengan *input* bahan bakar  $H_n$  dan *output* pembangkit  $P_n$

Untuk menggambarkan karakteristik *input-output* suatu unit pembangkit termal yang ideal dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2. Karakteristik *Input-Output* Unit Pembangkit Termal (Ideal), Kurva Biaya Bahan Bakar.

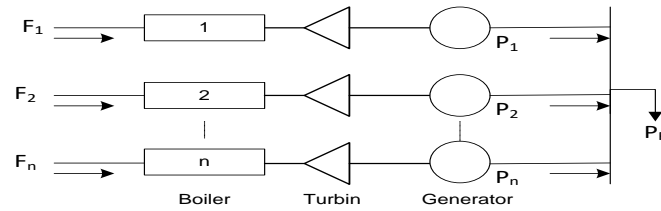
**D. Metode Lagrange Multiplier**

Metode *Lagrange multiplier* adalah sebuah metode untuk menentukan biaya/nilai maksimum atau minimum relatif dari suatu fungsi yang dibatasi oleh suatu kondisi [9].

Dalam menggunakan metode *Lagrange multiplier* harus dicari *objective function* yaitu biaya bahan bakar yang akan dicari minimumnya [10].

Pada umumnya pengoperasian pembangkit mempunyai batasan daya yang dibangkitkan. Generator dari setiap unit pembangkit seharusnya membangkitkan daya tidak melebihi nilai maksimum serta tidak boleh melebihi nilai minimumnya. Untuk itu diperlukan suatu optimasi pengoperasian pembangkit agar biaya pengoperasian tetap ekonomis. Syarat untuk beroperasi secara ekonomis [11]:

$$P_{n(\min)} \leq P_n \leq P_{n(\max)} \quad n = 1, \dots, n \dots\dots\dots(14)$$



Gambar 3. Representasi Biaya Pembangkit, Daya Output dan Beban suatu Pusat Pembangkit Termal.

Biaya bahan bakar dan biaya pembangkit tenaga listrik dari suatu sistem tenaga listrik dengan mengabaikan rugi-rugi transmisi dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$C_t = C_1 + C_2 + \dots + C_n \text{ (Rp/h)} \dots\dots\dots(15)$$

$$P_R = P_t = P_1 + P_2 + \dots + P_n \text{ (MW)} \dots\dots\dots(16)$$

$$\frac{dC_1}{dP_1} = \frac{dC_2}{dP_2} = \dots = \frac{dC_n}{dP_n} = \lambda \dots\dots\dots(17)$$

dimana :

$\lambda$  = Suatu nilai tertentu yang merupakan *Lagrange multiplier* (Pengalih multiplier) [11].

**E. Metode Dynamic Programming**

*Dynamic programming* merupakan suatu metoda untuk mencari alternatif yang optimum diantara beberapa alternatif yang bisa ditempuh, berupa kombinasi unit pembangkit termis yang terbaik untuk melayani beban tertentu agar didapat biaya bahan bakar yang minimal [10].

Dalam metode ini, meminimalan biaya dilakukan secara bertahap dimana dilakukan terhadap biaya minimum unit 1 yang sudah ditambah dengan biaya unit ke-2. Dari perhitungan tersebut didapatkan biaya minimum dari dua unit pembangkit serta keluaran unit 2. Kemudian dilakukan meminimalan untuk tiga unit. Demikian seterusnya hingga didapatkan biaya minimum untuk n unit pembangkit ( $n$  = jumlah unit pembangkit) yang terdapat dalam pembangkit serta keluaran masing-masing unit tersebut [12].

Secara matematis optimasi biaya bahan bakar dengan metode *dynamic programming* dinyatakan sebagai berikut [13]:

$$B_N(X) = \text{Min} \{ b_N(Y) + B_{N-1}(X-Y) \} \dots\dots\dots(18)$$

dimana :

- N = Jumlah unit.
- X = Daya tertinggi yang disuplai.
- Y = Tambahan daya tiap tahap.
- $B_N(X)$  = Biaya N unit, untuk mensuplai daya X pu.
- $b_N(Y)$  = Biaya total unit ke-N, untuk mensuplai daya Y pu.
- $B_{N-1}(X-Y)$  = Biaya untuk (N-1) unit untuk mensuplai daya (X-Y) pu.

**II. METODE PENELITIAN**

Penelitian ini dilaksanakan pada bulan April 2016 sampai dengan bulan Oktober yang bertempat di PLTU Barru, Sulawesi Selatan.

Dalam melakukan penelitian ini, berikut alat dan bahan penelitian yang digunakan :

- 1). Literatur yaitu buku, jurnal, dan artikel ilmiah yang berhubungan dengan teknik operasi ekonomis unit-unit pada suatu pembangkit.

- 2). Adapun dari sisi *hardware* dan *software* :
  - a). Processor Intel(R) core i5-4210U 64-bit
  - b). Microsoft office excel 2007
  - c). Matlab R2010b
  - d). Internet Browser : Google Chrome

#### A. Teknik Pengumpulan Data

Metode pengumpulan data ialah cara yang ditempuh untuk mengambil data dari variable penelitian tersebut. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah wawancara, observasi secara langsung, pengumpulan data (dokumentasi), studi literatur. Metode diatas akan dijelaskan secara rinci sebagai berikut:

- 1). Wawancara yang dilakukan dengan mewawancarai narasumber yang berkompeten dengan bidang terkait terhadap topik dari proposal tugas akhir yang diangkat. Teknik wawancara yang penulis lakukan adalah menanyakan segala sesuatu yang tidak diketahui atau tidak jelas.
- 2). Observasi secara langsung adalah penulis ke lokasi penelitian untuk melakukan pengambilan data langsung terhadap objek penelitian.
- 3). Metode pengumpulan data (dokumentasi) adalah metode yang dilakukan untuk mengumpulkan seluruh data yang terkait dengan hal penelitian. Seluruh data tersebut diperoleh dari *softcopy database* perusahaan pengelola pembangkit yakni PLTU Barru.
- 4). Studi literatur adalah penulis mengumpulkan data-data dengan membaca dan mempelajari berbagai literature-literatur yang ada sesuai dengan masalah yang diteliti.

#### A. Teknik Analisa Data

Dalam pengambilan data dilakukan langkah-langkah sebagai berikut:

- 1). Menentukan waktu dan lokasi penelitian.
- 2). Melakukan pengambilan data parameter yang dibutuhkan di PLTU Barru.
- 3). Mengambil data yang dibutuhkan.
- 4). Mengelolah data yang yang diperoleh.
- 5). Menghitung persamaan *input-output*.
- 6). Menghitung persamaan biaya bahan bakar.
- 7). Menghitung optimasi operasi unit-unit pembangkit untuk mendapatkan model operasi unit-unit pembangkit dengan menggunakan metode *Lagrange multiplier* dan metode *dynamic programming*.
- 8). Membandingkan model optimasi operasi unit-unit pembangkit yang diperoleh antara PLTU Barru, metode *Lagrange multiplier* dan metode *dynamic programming* untuk mendapatkan m
- 9). Model yang paling ekonomis diantara ketiganya.

#### B. Definisi Operasional

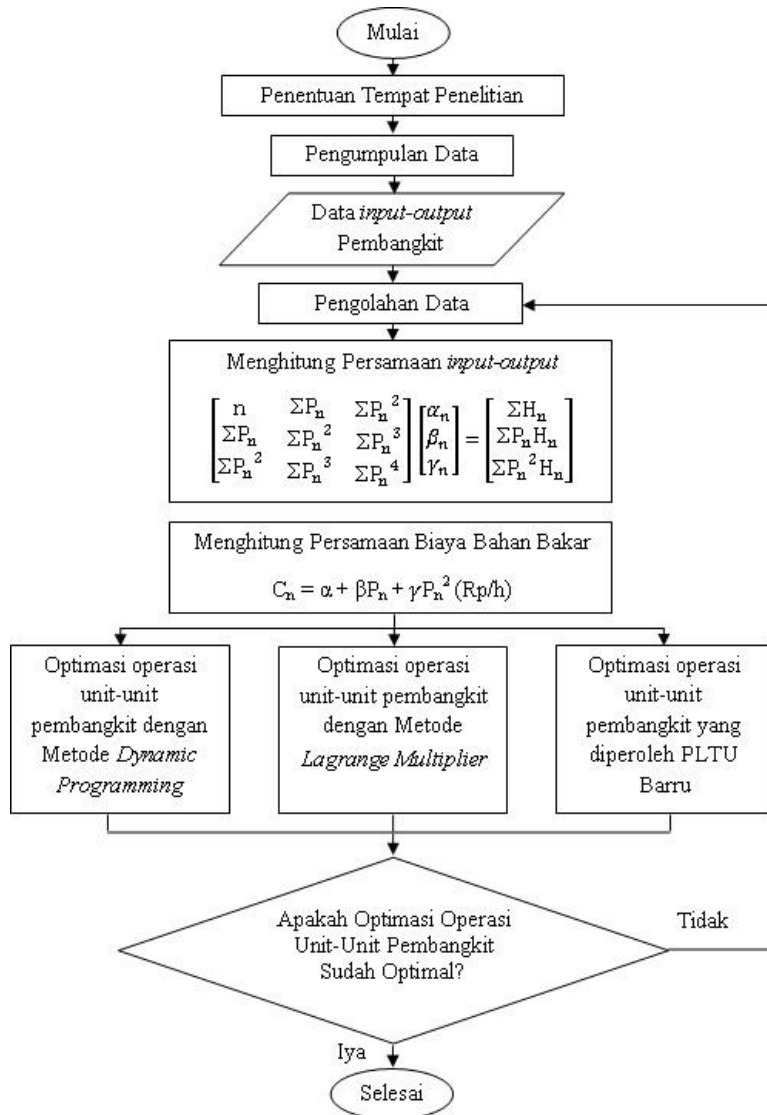
Definisi operasional dimaksudkan untuk menghindari kesalahan pemahaman dan perbedaan penafsiran yang berkaitan dengan judul penelitian yaitu "*Optimasi Operasi Unit-Unit Pembangkit pada PLTU Barru*", maka definisi yang perlu dijelaskan yaitu:

- 1). Optimasi

Optimasi adalah suatu proses meninggikan atau meningkatkan. Dalam penelitian ini diartikan proses meninggikan atau meningkatkan ialah dengan biaya operasi yang minimum tetapi daya (MW) paling optimal pada suatu pembangkit listrik.

- 2). Operasi

Operasi dalam penelitian ini adalah proses suatu pembangkit mulai dari pemakaian bahan bakar hingga daya yang dibangkitkan (MW).



Gambar 3. Flowchart penelitian

### III. HASIL DAN PEMBAHASAN

#### A. Hasil

##### 1) Data Pengamatan

##### a) Kapasitas Daya Maksimum dan Daya Minimum pada PLTU Barru

Kapasitas daya maksimum dan daya minimum pada PLTU Barru dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Kapasitas Daya Maksimum dan Minimum pada PLTU Barru

No.	Unit Pembangkit	Daya (MW)		
		Terpasang	Maksimal	Minimal
1	PLTU Barru Unit 1	50	50	5
2	PLTU Barru Unit 2	50	50	5

##### b) Input-Output PLTU Barru

## i) Harian

Dalam penelitian ini data *input-output* PLTU Barru yang akan dijadikan sampel ialah data harian pada tanggal 05 Mei 2016.

Tabel 2. Data *Input-Output* PLTU Barru pada Tanggal 05 Mei 2016

Jam	Daya (MW)		Bahan Bakar (T/h)	
	Unit 1	Unit 2	Unit 1	Unit 2
01:00	32,80	15,30	25,60	16,80
02:00	32,80	15,70	26,40	16,40
03:00	32,70	15,00	25,20	17,10
04:00	32,40	15,30	25,20	19,90
05:00	32,50	15,00	24,90	16,50
06:00	32,10	15,00	25,40	16,70
07:00	32,60	15,40	25,40	17,00
08:00	32,70	15,90	26,00	17,10
09:00	33,40	15,40	26,30	16,90
10:00	33,40	21,10	26,00	21,50
11:00	33,20	27,10	26,80	22,70
12:00	32,90	27,30	27,10	23,70
13:00	32,40	27,70	26,90	23,60
14:00	32,30	27,10	26,10	23,70
15:00	30,10	27,70	25,70	24,30
16:00	30,00	27,80	25,20	23,10
17:00	33,10	27,30	29,20	23,00
18:00	34,10	26,70	28,90	23,00
19:00	34,30	28,20	28,80	23,50
20:00	34,30	28,20	27,80	24,70
21:00	34,40	28,30	28,20	23,70
22:00	34,20	28,40	28,50	24,70
23:00	32,30	29,50	27,70	25,70
24:00	33,00	29,30	27,50	25,07
14:00	32,30	27,10	26,10	23,70

Sumber data : PLTU Barru

## 2) Hasil Pengolahan Data

a) Menghitung Persamaan *Input-Output*

Pada Tabel 2 tanggal 05 Mei 2016 Unit 1, Berdasarkan persamaan (10), (11), dan (12) dapat diperoleh persamaan *input-output* dimana  $H_1$  adalah *input* (pemakaian bahan bakar) unit 1 PLTU Barru dengan satuan T/h,  $P_1$  adalah *output* (daya) unit 1 PLTU Barru dengan satuan MW, dan N adalah jumlah data yang digunakan yang diolah dengan metode regresi kuadrat dengan menggunakan aturan Cramer.

Diketahui :

$$P_1 = 788,000 \text{ MW}$$

$$H_1 = 640,800 \text{ T/h}$$

$$H_1 P_1 = 21.061,660 \text{ MWT/h}$$

$$P_1^2 = 25.900,960 \text{ MW}$$

$$P_1^3 = 852.243,878 \text{ MW}$$

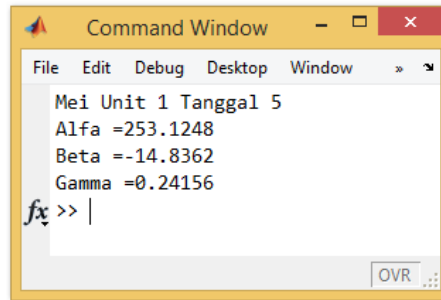
$$P_1^4 = 28.070.805,632 \text{ MW}$$

$$H_1 P_1^2 = 693.000,904 \text{ MW}$$



$N = 24$

Sehingga, untuk PLTU Barru Unit 1 pada tanggal 05 Mei 2016 diperoleh persamaan *input-output* adalah  $H_{1(T5)} = 253,125 - 14,836 P_1 + 0,242 P_1^2$  (T/h). Adapun perhitungan persamaan *input-output* harian pada tanggal 05 Mei 2016 dengan menggunakan Program Matlab dapat dilihat pada Gambar 4.



Gambar 4. Persamaan *Input-Output* pada Tanggal 05 Mei 2016 Menggunakan Program Matlab.

Tabel 3. Persamaan *Input-Output* Harian PLTU Barru pada Unit 1

Tgl	Persamaan <i>Input-Output</i> (T/h)	
	Microsoft Office Excel 2007	Program Matlab
1	$-30,681 + 2,852 P_1 - 0,033 P_1^2$	$-30,6807 + 2,8519 P_1 - 0,032661 P_1^2$
2	$1.051,189 - 59,790 P_1 + 0,873 P_1^2$	$1.051,1935 - 59,7856 P_1 + 0,87342 P_1^2$
3	$607,064 - 34,828 P_1 + 0,522 P_1^2$	$607,0594 - 34,828 P_1 + 0,52247 P_1^2$
4	$-21,931 + 2,332 P_1 - 0,027 P_1^2$	$-21,9305 + 2,3318 P_1 - 0,027295 P_1^2$
5	$253,125 - 14,836 P_1 + 0,242 P_1^2$	$253,1248 - 14,8362 P_1 + 0,24156 P_1^2$
6	$140,275 - 7,316 P_1 + 0,118 P_1^2$	$140,2747 - 7,3161 P_1 + 0,11847 P_1^2$
7	$-5,376 + 1,784 P_1 - 0,023 P_1^2$	$-5,376 + 1,7835 P_1 - 0,02282 P_1^2$
8	$10,477 + 0,488 P_1 + 0,0013 P_1^2$	$10,4771 + 0,48822 P_1 + 0,0012929 P_1^2$
9	-	-
10	$-80,779 + 6,390 P_1 - 0,095 P_1^2$	$-80,779 + 6,390 P_1 - 0,094804 P_1^2$
11	$-0,073 + 0,865 P_1 - 0,000832 P_1^2$	$-0,073404 + 0,86508 P_1 - 0,00083193 P_1^2$
12	-	-
13	-	-
14	-	-
15	-	-
16	-	-
17	-	-
18	$9,543 + 0,498 P_1 - 0,000242 P_1^2$	$9,5432 + 0,49849 P_1 - 0,00024192 P_1^2$
19	$-53,7335 + 3,570 P_1 - 0,037 P_1^2$	$-53,7335 + 3,5699 P_1 - 0,036878 P_1^2$
20	$314,708 - 14,196 P_1 + 0,177 P_1^2$	$314,7078 - 14,1964 P_1 + 0,17697 P_1^2$
21	$-94,347 + 5,605 P_1 - 0,062 P_1^2$	$-94,3469 + 5,6054 P_1 - 0,062159 P_1^2$
22	$133,276 - 4,702 P_1 + 0,0549 P_1^2$	$133,2757 - 4,7019 P_1 + 0,054903 P_1^2$
23	$-96,572 + 5,503 P_1 - 0,058 P_1^2$	$-96,5722 + 5,5033 P_1 - 0,057824 P_1^2$
24	$931,88 - 39,877 P_1 + 0,442 P_1^2$	$931,8804 - 39,8771 P_1 + 0,44249 P_1^2$
25	$-9,570 + 1,629 P_1 - 0,015 P_1^2$	$-9,5715 + 1,629 P_1 - 0,014843 P_1^2$
26	$-278,800 + 13,611 P_1 - 0,148 P_1^2$	$-278,7841 + 13,6109 P_1 - 0,14781 P_1^2$
27	$-775,620 + 35,3825 P_1 - 0,386 P_1^2$	$-775,6218 + 35,3825 P_1 - 0,38629 P_1^2$

28	$-731,381 + 33,437 P_1 - 0,365 P_1^2$	$-731,381 + 33,4368 P_1 - 0,36476 P_1^2$
29	$-700,8 + 32,376 P_1 - 0,356 P_1^2$	$-700,7699 + 32,3764 P_1 - 0,3564 P_1^2$
30	$-29,913 + 2,633 P_1 - 0,027 P_1^2$	$-29,9129 + 2,6326 P_1 - 0,027042 P_1^2$
31	$-921,6 + 42,456 P_1 - 0,471 P_1^2$	$-921,5756 + 42,4562 P_1 - 0,47075 P_1^2$

Tabel 4. Persamaan *Input-Output* Harian PLTU Barru pada Unit 2

Tgl	Persamaan <i>Input-Output</i> (T/h)	
	Microsoft Office Excel 2007	Program Matlab
1	-	-
2	-	-
3	-	-
4	$0,772 + 2,113 P_2 - 0,067 P_2^2$	$0,772 + 2,113 P_2 - 0,067 P_2^2$
5	$9,118 + 0,522 P_2 + 0,00033 P_2^2$	$9,1178 + 0,52237 P_2 + 0,0003264 P_2^2$
6	$161,168 - 10,128 P_2 + 0,187 P_2^2$	$161,1681 - 10,1284 P_2 + 0,18738 P_2^2$
7	$7,943 + 0,494 P_2 + 0,003 P_2^2$	$7,94293 + 0,49368 P_2 + 0,003433 P_2^2$
8	$501,666 - 33,931 P_2 + 0,603 P_2^2$	$501,6662 - 33,9311 P_2 + 0,60296 P_2^2$
9	$36,323 - 0,904 P_2 + 0,017 P_2^2$	$36,3233 - 0,90385 P_2 + 0,017107 P_2^2$
10	$5,605 + 1,658 P_2 - 0,036 P_2^2$	$5,605 + 1,658 P_2 - 0,036 P_2^2$
11	$0,051 + 1,671 P_2 - 0,028 P_2^2$	$0,050631 + 1,6706 P_2 - 0,028041 P_2^2$
12	$-30,698 + 3,725 P_2 - 0,063 P_2^2$	$-30,698 + 3,725 P_2 - 0,063 P_2^2$
13	-	-
14	$9,752 + 0,553 P_2 + 0,000426 P_2^2$	$9,752 + 0,553 P_2 + 0,000426 P_2^2$
15	$106,783 - 6,835 P_2 + 0,140 P_2^2$	$106,783 - 6,8354 P_2 + 0,14044 P_2^2$
16	$73,685 - 3,959 P_2 + 0,079 P_2^2$	$73,6853 - 3,9593 P_2 + 0,078978 P_2^2$
17	$-510,53 + 40,979 P_2 - 0,785 P_2^2$	$-510,5287 + 40,9791 P_2 - 0,78458 P_2^2$
18	$79,959 - 4,396 P_2 + 0,087 P_2^2$	$79,9586 - 4,3958 P_2 + 0,087112 P_2^2$
19	$98,945 - 5,198 P_2 + 0,094 P_2^2$	$98,9451 - 5,1978 P_2 + 0,093662 P_2^2$
20	$111,122 - 5,747 P_2 + 0,098 P_2^2$	$111,1223 - 5,7467 P_2 + 0,098013 P_2^2$
21	$53,839 - 2,112 P_2 + 0,041 P_2^2$	$53,8388 - 2,1121 P_2 + 0,041611 P_2^2$
22	$21,658 - 0,621 P_2 + 0,024 P_2^2$	$21,658 - 0,621 P_2 + 0,024 P_2^2$
23	-	-
24	-	-
25	$2,917 + 2,030 P_2 - 0,063 P_2^2$	$2,917 + 2,030 P_2 - 0,063 P_2^2$
26	$7,772 + 0,626 P_2 + 0,001 P_2^2$	$7,7724 + 0,62565 P_2 + 0,0013422 P_2^2$
27	$114,526 - 5,097 P_2 + 0,078 P_2^2$	$114,5259 - 5,0973 P_2 + 0,077674 P_2^2$
28	$66,2225 - 2,544 P_2 + 0,044 P_2^2$	$66,2225 - 2,5441 P_2 + 0,043739 P_2^2$
29	$1.028,550 - 51,759 P_2 + 0,672 P_2^2$	$1.028,5516 - 51,7593 P_2 + 0,67233 P_2^2$
30	$-252,257 + 14,438 P_2 - 0,182 P_2^2$	$-252,2567 + 14,4376 P_2 - 0,18195 P_2^2$
31	$-181,792 + 10,603 P_2 - 0,129 P_2^2$	$-181,7914 + 10,6025 P_2 - 0,12887 P_2^2$

## b) Menghitung Biaya Bahan Bakar PLTU Barru

Pada PLTU Barru menggunakan bahan bakar batubara dengan biaya per tonnya sebesar Rp. 350.000,-. sehingga persamaan biaya bahan bakar diperoleh dengan mengalikan persamaan *input-output* masing-masing unit dengan biaya bahan bakar.

Untuk persamaan *input-output* harian unit 1 pada tanggal 05 Mei 2016 yaitu  $H_{1(T5)} = 253,1248 - 14,8362 P_1 + 0,24156 P_1^2$  (T/h), dengan biaya bahan bakar per tonnya sebesar Rp. 350.000,-. Maka diperoleh persamaan biaya bahan bakar:

$$C_{1(T5)} = (253,1248 - 14,8362 P_1 + 0,24156 P_1^2) \times \text{Rp. } 350.000,- \\ = 8,859 - 0,519 P_1 + 0,00845 P_1^2 \text{ (x } 10^7 \text{ Rp/h)}$$

Tabel 5. Persamaan Biaya Bahan Bakar Harian PLTU Barru pada Bulan Mei 2016

Tgl	Persamaan Biaya Bahan Bakar Unit 1 (x 10 <sup>7</sup> Rp/h)	Persamaan Biaya Bahan Bakar Unit 2 (x 10 <sup>7</sup> Rp/h)
1	-1,074 + 0,100 P <sub>1</sub> - 0,00114 P <sub>1</sub> <sup>2</sup>	-
2	36,792 - 2,092 P <sub>1</sub> + 0,0306 P <sub>1</sub> <sup>2</sup>	-
3	21,247 - 1,219 P <sub>1</sub> + 0,0183 P <sub>1</sub> <sup>2</sup>	-
4	-0,768 + 0,082 P <sub>1</sub> - 0,000955 P <sub>1</sub> <sup>2</sup>	0,027 + 0,074 P <sub>2</sub> - 0,00235 P <sub>2</sub> <sup>2</sup>
5	8,859 - 0,519 P <sub>1</sub> + 0,00845 P <sub>1</sub> <sup>2</sup>	0,319 + 0,018 P <sub>2</sub> + 0,0000114 P <sub>2</sub> <sup>2</sup>
6	4,910 - 0,256 P <sub>1</sub> + 0,00415 P <sub>1</sub> <sup>2</sup>	5,641 - 0,354 P <sub>2</sub> + 0,00656 P <sub>2</sub> <sup>2</sup>
7	-0,188 + 0,062 P <sub>1</sub> - 0,00080 P <sub>1</sub> <sup>2</sup>	0,278 - 0,017 P <sub>2</sub> + 0,00012 P <sub>2</sub> <sup>2</sup>
8	0,367 + 0,017 P <sub>1</sub> + 0,0000453 P <sub>1</sub> <sup>2</sup>	17,558 - 1,188 P <sub>2</sub> + 0,02111 P <sub>2</sub> <sup>2</sup>
9	-	1,271 - 0,032 P <sub>2</sub> + 0,000599 P <sub>2</sub> <sup>2</sup>
10	-2,827 + 0,224 P <sub>1</sub> - 0,00332 P <sub>1</sub> <sup>2</sup>	0,196 + 0,058 P <sub>2</sub> - 0,00126 P <sub>2</sub> <sup>2</sup>
11	-0,003 + 0,030 P <sub>1</sub> - 0,0000291 P <sub>1</sub> <sup>2</sup>	0,002 + 0,058 P <sub>2</sub> - 0,000981 P <sub>2</sub> <sup>2</sup>
12	-	-1,074 + 0,130 P <sub>2</sub> - 0,00221 P <sub>2</sub> <sup>2</sup>
13	-	-
14	-	0,341 + 0,019 P <sub>2</sub> + 0,0000149 P <sub>2</sub> <sup>2</sup>
15	-	3,737 - 0,239 P <sub>2</sub> + 0,00492 P <sub>2</sub> <sup>2</sup>
16	-	2,579 - 0,139 P <sub>2</sub> + 0,00276 P <sub>2</sub> <sup>2</sup>
17	-	-17,869 + 1,434 P <sub>2</sub> - 0,02746 P <sub>2</sub> <sup>2</sup>
18	0,334 + 0,017 P <sub>1</sub> - 0,00000847 P <sub>1</sub> <sup>2</sup>	2,799 - 0,154 P <sub>2</sub> + 0,00305 P <sub>2</sub> <sup>2</sup>
19	-1,881 + 0,125 P <sub>1</sub> - 0,00129 P <sub>1</sub> <sup>2</sup>	3,463 - 0,182 P <sub>2</sub> + 0,00328 P <sub>2</sub> <sup>2</sup>
20	11,015 - 0,497 P <sub>1</sub> - 0,006194 P <sub>1</sub> <sup>2</sup>	3,889 - 0,201 P <sub>2</sub> + 0,00343 P <sub>2</sub> <sup>2</sup>
21	-3,302 + 0,196 P <sub>1</sub> - 0,00218 P <sub>1</sub> <sup>2</sup>	1,884 - 0,074 P <sub>2</sub> + 0,00146 P <sub>2</sub> <sup>2</sup>
22	4,665 - 0,165 P <sub>1</sub> + 0,0019 P <sub>1</sub> <sup>2</sup>	0,758 - 0,022 P <sub>2</sub> + 0,000840 P <sub>2</sub> <sup>2</sup>
23	-3,380 + 0,193 P <sub>1</sub> - 0,00202 P <sub>1</sub> <sup>2</sup>	-
24	32,616 - 1,396 P <sub>1</sub> + 0,0155 P <sub>1</sub> <sup>2</sup>	-
25	-0,335 + 0,057 P <sub>1</sub> - 0,00052 P <sub>1</sub> <sup>2</sup>	0,102 + 0,071 P <sub>2</sub> - 0,00221 P <sub>2</sub> <sup>2</sup>
26	-9,757 + 0,476 P <sub>1</sub> - 0,00517 P <sub>1</sub> <sup>2</sup>	0,272 + 0,022 P <sub>2</sub> + 0,000047 P <sub>2</sub> <sup>2</sup>
27	-27,147 + 1,238 P <sub>1</sub> - 0,0135 P <sub>1</sub> <sup>2</sup>	4,008 - 0,178 P <sub>2</sub> + 0,00272 P <sub>2</sub> <sup>2</sup>
28	-25,598 + 1,170 P <sub>1</sub> - 0,0128 P <sub>1</sub> <sup>2</sup>	2,318 - 0,089 P <sub>2</sub> + 0,00153 P <sub>2</sub> <sup>2</sup>
29	-24,527 + 1,133 P <sub>1</sub> - 0,0125 P <sub>1</sub> <sup>2</sup>	35,999 - 1,812 P <sub>2</sub> + 0,02353 P <sub>2</sub> <sup>2</sup>
30	-1,047 + 0,092 P <sub>1</sub> - 0,000946 P <sub>1</sub> <sup>2</sup>	-8,829 + 0,505 P <sub>2</sub> - 0,00637 P <sub>2</sub> <sup>2</sup>
31	-32,255 + 1,486 P <sub>1</sub> - 0,0165 P <sub>1</sub> <sup>2</sup>	-6,363 + 0,371 P <sub>2</sub> - 0,00451 P <sub>2</sub> <sup>2</sup>

c) Menghitung Biaya Bahan Bakar PLTU Barru

i) Secara Aktual

Berdasarkan Tabel 2. tanggal 05 Mei 2016 jam 01:00, maka dapat diperoleh biaya bahan bakar PLTU Barru sebagai berikut :

Penyelesaian :

$$C_{1(T5j1)Aktual} = 25,60 \text{ T/h} \times 350.000 \text{ (Rp/T)} \\ = 0,896 \text{ (x } 10^7 \text{ Rp/h)}$$

$$C_{2(T5j1)Aktual} = 16,80 \text{ T/h} \times 350.000 \text{ (Rp/T)} \\ = 0,588 \text{ (x } 10^7 \text{ Rp/h)}$$

$$C_{\text{Total}(T5j1)Aktual} = 0,896 \text{ (x } 10^7 \text{ Rp/h)} + 0,588 \text{ (x } 10^7 \text{ Rp/h)}$$

$$= 1,484 (x 10^7 \text{ Rp/h})$$

Jadi biaya bahan bakar yang telah dikeluarkan oleh PLTU Barru secara aktual pada tanggal 05 Mei 2016 jam 01:00 sebesar Rp 1,484 x 10<sup>7</sup> /h.

ii) Secara Teoritis

Berdasarkan Tabel 2. tanggal 05 Mei 2016 jam 01:00 dan Tabel 6. tanggal 05 Mei 2016, maka dapat diperoleh biaya bahan bakar PLTU Barru berdasarkan hasil perhitungan dengan menggunakan aturan Cramer.

Penyelesaian :

$$C_{1(T5j1)} = 8,859 - 0,519 (32,80) + 0,00845 (32,80)^2$$

$$= 0,927 (x 10^7 \text{ Rp/h})$$

$$C_{2(T5j1)} = 0,319 + 0,018 (15,30) + 0,0000114 (15,30)^2$$

$$= 0,597 (x 10^7 \text{ Rp/h})$$

$$C_{\text{Total}(T5j1)} = 0,927 (x 10^7 \text{ Rp/h}) + 0,597 (x 10^7 \text{ Rp/h})$$

$$= 1,524 (x 10^7 \text{ Rp/h})$$

Jadi biaya bahan bakar yang telah dikeluarkan oleh PLTU Barru secara teoritis pada tanggal 05 Mei 2016 jam 01:00 sebesar Rp 1,524 x 10<sup>7</sup> /h.

Tabel 6. Hasil Perhitungan Biaya Bahan Bakar PLTU Barru pada Tanggal 05 Mei 2016

05-Mei-16												
Jam	Konstanta Persamaan BB (x 10 <sup>7</sup> )		Pemakaian Bahan Bakar (T/h)		Daya Output (MW)		Biaya Bahan Bakar (Rp/h) x 10 <sup>7</sup>					
	Unit 1	Unit 2	Unit 1	Unit 2	Unit 1	Unit 2	Aktual			Teoritis		
							Unit 1	Unit 2	Total	Unit 1	Unit 2	Total
1:00	α1 = 8,859	α2 = 0,319	25,600	16,800	32,800	15,300	0,896	0,588	1,484	0,927	0,597	1,524
2:00			26,400	16,400	32,800	15,700	0,924	0,574	1,498	0,927	0,604	1,531
3:00			25,200	17,100	32,700	15,000	0,882	0,599	1,481	0,923	0,592	1,515
4:00			25,200	19,900	32,400	15,300	0,882	0,697	1,579	0,914	0,597	1,511
5:00			24,900	16,500	32,500	15,000	0,872	0,578	1,449	0,917	0,592	1,508
6:00			25,400	16,700	32,100	15,000	0,889	0,585	1,474	0,906	0,592	1,498
7:00			25,400	17,000	32,600	15,400	0,889	0,595	1,484	0,920	0,599	1,519
8:00			26,000	17,100	32,700	15,900	0,910	0,599	1,509	0,923	0,608	1,531
9:00			26,300	16,900	33,400	15,400	0,921	0,592	1,512	0,951	0,599	1,550
10:00			26,000	21,500	33,400	21,100	0,910	0,753	1,663	0,951	0,704	1,655
11:00	β1 = -0,519	β2 = 0,018	26,800	22,700	33,200	27,100	0,938	0,795	1,733	0,942	0,815	1,757
12:00			27,100	23,700	32,900	27,300	0,949	0,830	1,778	0,930	0,819	1,749
13:00			26,900	23,600	32,400	27,700	0,942	0,826	1,768	0,914	0,826	1,740
14:00			26,100	23,700	32,300	27,100	0,914	0,830	1,743	0,911	0,815	1,726
15:00			25,700	24,300	30,100	27,700	0,900	0,851	1,750	0,893	0,826	1,719
16:00			25,200	23,100	30,000	27,800	0,882	0,809	1,691	0,894	0,828	1,722
17:00			29,200	23,000	33,100	27,300	1,022	0,805	1,827	0,938	0,819	1,757
18:00			28,900	23,000	34,100	26,700	1,012	0,805	1,817	0,987	0,808	1,795
19:00			28,800	23,500	34,300	28,200	1,008	0,823	1,831	0,999	0,836	1,834
20:00			γ1 = 0,00845	γ2 = 0,0000114	27,800	24,700	34,300	28,200	0,973	0,865	1,838	0,999
21:00	28,200	23,700			34,400	28,300	0,987	0,830	1,817	1,005	0,838	1,842
22:00	28,500	24,700			34,200	28,400	0,998	0,865	1,862	0,993	0,839	1,832
23:00	27,700	25,700			32,300	29,500	0,970	0,900	1,869	0,911	0,860	1,771
24:00	27,500	25,070			33,000	29,300	0,963	0,877	1,840	0,934	0,856	1,790

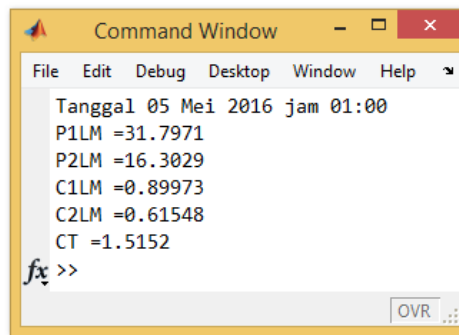
d) Menghitung Biaya Bahan Bakar dengan Metode *Lagrange Multiplier*

Pada Tabel 6. tanggal 05 Mei 2016 jam 01:00, Berdasarkan persamaan (5) dapat diperoleh biaya bahan bakar yang diolah menggunakan metode *Lagrange multiplier*:

Penyelesaian :

$$\begin{aligned} \frac{dC_1}{dP_1} &= \frac{dC_2}{dP_2} \\ -0,519 + 0,0169 P_1 &= 0,018 + 0,0000228 P_2 \\ -0,519 + 0,0169 P_1 &= 0,018 + 0,0000228 (48,1 - P_1) \\ 0,0169228 P_1 &= 0,53809668 \\ P_1 &= 31,797 \text{ MW} \\ P_1 + P_2 &= 48,1 \text{ MW} \\ P_2 &= 48,1 \text{ MW} - 31,797 \text{ MW} \\ P_2 &= 16,303 \text{ MW} \\ C_{1(LMT5j1)} &= 8,859 - 0,519 (31,797) + 0,00845 (31,797)^2 \\ &= 0,8997 (x 10^7 \text{ Rp/h}) \\ C_{2(LMT5j1)} &= 0,319 + 0,018 (16,303) + 0,0000114 (16,303)^2 = 0,6155 (x 10^7 \text{ Rp/h}) \\ C_{Total(LMT5j1)} &= 0,918528 (x 10^7 \text{ Rp/h}) + 0,616906 (x 10^7 \text{ Rp/h}) = 1,5152 (x 10^7 \text{ Rp/h}) \end{aligned}$$

Jadi biaya bahan bakar harian pada tanggal 05 Mei 2016 jam 01:00 dengan menggunakan metode *Lagrange multiplier* sebesar Rp 1,5152 x 10<sup>7</sup>/h. Adapun perhitungan biaya bahan bakar harian dengan metode *Lagrange multiplier* pada tanggal 05 Mei 2016 jam 01:00 menggunakan Program Matlab dapat dilihat pada Gambar 5.



Gambar 5. Perhitungan Biaya Bahan Bakar Harian Tanggal 05 Mei 2016 Jam 01:00 Metode *Lagrange Multiplier* dengan Menggunakan Program Matlab

Tabel 7. Hasil Perhitungan Biaya Bahan Bakar Harian Metode *Lagrange Multiplier* PLTU Barru pada Bulan Mei 2016

Jam	Total Daya (MW)	Microsoft Office Excel 2007					Program Matlab				
		P1	P2	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>T</sub>	P1	P2	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>T</sub>
		(MW)		(x 10 <sup>7</sup> Rp/h)			(MW)		(x 10 <sup>7</sup> Rp/h)		
01:00	48,100	31,797	16,303	0,89973	0,61548	1,51521	31,7971	16,3029	0,89973	0,61548	1,5152
02:00	48,500	31,798	16,702	0,89974	0,62282	1,52256	31,7977	16,7023	0,89974	0,62282	1,5226
03:00	47,700	31,797	15,903	0,89972	0,60814	1,50786	31,7966	15,9034	0,89972	0,60814	1,5079
04:00	47,700	31,797	15,903	0,89972	0,60814	1,50786	31,7966	15,9034	0,89972	0,60814	1,5079
05:00	47,500	31,796	15,704	0,89971	0,60448	1,50419	31,7963	15,7037	0,89971	0,60448	1,5042
06:00	47,100	31,796	15,304	0,89970	0,59715	1,49685	31,7958	15,3042	0,8997	0,59715	1,4968
07:00	48,000	31,797	16,203	0,89972	0,61365	1,51337	31,797	16,203	0,89972	0,61365	1,5134
08:00	48,600	31,798	16,802	0,89974	0,62466	1,52440	31,7978	16,8022	0,89974	0,62466	1,5244
09:00	48,800	31,798	17,002	0,89974	0,62833	1,52807	31,7981	17,0019	0,89974	0,62833	1,5281
10:00	54,500	31,806	22,694	0,89988	0,73337	1,63325	31,8058	22,6942	0,89988	0,73337	1,6333
11:00	60,300	31,814	28,486	0,90003	0,84101	1,74104	31,8136	28,4864	0,90003	0,84101	1,741
12:00	60,200	31,813	28,387	0,90003	0,83914	1,73917	31,8134	28,3866	0,90003	0,83914	1,7392

13:00	60,100	31,813	28,287	0,90002	0,83728	1,73731	31,8133	28,2867	0,90002	0,83728	1,7373
14:00	59,400	31,812	27,588	0,90001	0,82425	1,72426	31,8124	27,5876	0,90001	0,82425	1,7243
15:00	57,800	31,810	25,990	0,89997	0,79452	1,69448	31,8102	25,9898	0,89997	0,79452	1,6945
16:00	57,800	31,810	25,990	0,89997	0,79452	1,69448	31,8102	25,9898	0,89997	0,79452	1,6945
17:00	60,400	31,814	28,586	0,90003	0,84287	1,74290	31,8137	28,5863	0,90003	0,84287	1,7429
21:00	62,700	31,817	30,883	0,90009	0,88577	1,78586	31,8168	30,8832	0,90009	0,88577	1,7859
22:00	62,600	31,817	30,783	0,90009	0,88390	1,78399	31,8167	30,7833	0,90009	0,8839	1,784
23:00	61,800	31,816	29,984	0,90007	0,86897	1,76904	31,8156	29,9844	0,90007	0,86897	1,769
24:00	62,300	31,816	30,484	0,90008	0,87830	1,77838	31,8163	30,4837	0,90008	0,8783	1,7784

Ket :  $C_{1(T5)} = 8,859 - 0,519 P_1 + 0,00845 P_1^2 (x 10^7 \text{ Rp/h})$   
 $C_{2(T5)} = 0,319 + 0,018 P_2 + 0,0000114 P_2^2 (x 10^7 \text{ Rp/h})$

e) Menghitung Biaya Bahan Bakar dengan Metode *Dynamic Programming*

Pada Tabel 9. tanggal 05 Mei 2016 jam 07:00, Berdasarkan persamaan (18) dapat diperoleh harga bahan bakar yang diolah menggunakan metode *dynamic programming*.

Tabel 8. Perhitungan Biaya Bahan Bakar Minimum Harian PLTU Barru pada Tanggal 05 Mei 2016

		Tanggal 05 Mei jam 07:00																		
No.	y (MW)	Biaya minimum : $Bn(x) = \min\{bn(y) + B(n-1)(x-y)\} (x 10^7 \text{ Rp/jam})$																		
		Unit 1	2 Unit																	
			bn(y)	48,000	45,000	42,000	39,000	36,000	33,000	30,000	27,000	24,000	21,000	18,000	15,000	12,000	9,000	6,000	3,000	0,000
		MW	MW	MW	MW	MW	MW	MW	MW	MW	MW	MW	MW	MW	MW	MW	MW	MW	MW	
1	0,000	8,859	0,319	3,735	2,934	2,286	1,789	1,445	1,253	1,213	1,325	1,589	2,005	2,574	3,294	4,167	5,191	6,368	7,697	9,178
2	3,000	7,378	0,373	2,988	2,340	1,844	1,499	1,307	1,267	1,379	1,643	2,060	2,628	3,348	4,221	5,246	6,422	7,751	9,232	
3	6,000	6,049	0,427	2,394	1,898	1,554	1,361	1,321	1,433	1,698	2,114	2,682	3,403	4,275	5,300	6,477	7,805	9,286		
4	9,000	4,872	0,482	1,952	1,608	1,416	1,376	1,488	1,752	2,168	2,737	3,457	4,330	5,354	6,531	7,860	9,341			
5	12,000	3,848	0,537	1,663	1,471	1,431	1,543	1,807	2,223	2,791	3,512	4,384	5,409	6,586	7,915	9,396				
6	15,000	2,975	0,592	1,526	1,486	1,598	1,862	2,278	2,846	3,567	4,439	5,464	6,641	7,970	9,451					
7	18,000	2,255	0,647	1,541	1,653	1,917	2,333	2,901	3,622	4,494	5,519	6,696	8,025	9,506						
8	21,000	1,686	0,702	1,708	1,972	2,388	2,957	3,677	4,550	5,574	6,751	8,080	9,561							
9	24,000	1,270	0,758	2,028	2,444	3,012	3,733	4,605	5,630	6,807	8,136	9,617								
10	27,000	1,006	0,813	2,500	3,068	3,789	4,661	5,686	6,863	8,191	9,672									
11	30,000	0,894	0,869	3,124	3,845	4,717	5,742	6,918	8,247	9,728										
12	33,000	0,934	0,925	3,901	4,773	5,798	6,975	8,303	9,784											
13	36,000	1,126	0,982	4,830	5,854	7,031	8,360	9,841												
14	39,000	1,470	1,038	5,911	7,088	8,416	9,897													
15	42,000	1,967	1,095	7,144	8,473	9,954														
16	45,000	2,615	1,152	8,530	10,011															
17	48,000	3,416	1,209	10,068																
Biaya minimum				1,526																

Jadi pada beban 48 MW didapatkan  $P_1 = 33 \text{ MW}$ ,  $P_2 = 15 \text{ MW}$ , dan biaya minimum ialah  $1,526 (x 10^7 \text{ Rp/h})$ .

Tabel 9. Hasil Perhitungan Biaya Bahan Bakar Harian PLTU Barru pada Tanggal 05 Mei 2016 dengan Metode *Dynamic Programming*

Jam	Total Daya (MW)	Microsoft Office Excel 2007					Program Matlab				
		P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>T</sub>	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>T</sub>
		(MW)		(x 10 <sup>7</sup> Rp/h)			(MW)		(x 10 <sup>7</sup> Rp/h)		
01:00	48,100	31,265	16,835	0,892	0,625	1,518	31,265	16,835	0,89234	0,62526	1,5176
02:00	48,500	31,525	16,975	0,895	0,628	1,523	31,525	16,975	0,89535	0,62783	1,5232
03:00	47,700	31,005	16,695	0,890	0,623	1,513	28,620	16,695	0,89047	0,62269	1,5132
04:00	47,700	31,005	16,695	0,890	0,623	1,513	28,620	16,695	0,89047	0,62269	1,5132
05:00	47,500	30,875	16,625	0,890	0,621	1,511	30,875	16,625	0,88897	0,625	1,5114
06:00	47,100	32,970	14,130	0,933	0,576	1,5085	32,97	14,13	0,9329	0,57562	1,5085
07:00	48,000	33,000	15,000	0,934	0,592	1,526	33,000	15,000	0,93405	0,59157	1,5256
08:00	48,600	31,590	17,010	0,896	0,628	1,525	31,590	17,010	0,89628	0,62848	1,5248
09:00	48,800	31,720	17,080	0,898	0,630	1,528	31,72	17,08	0,89836	0,62977	1,5281
10:00	54,500	32,700	21,800	0,923	0,717	1,640	32,7	21,8	0,9232	0,71682	1,64
11:00	60,300	33,165	27,135	0,941	0,816	1,756	33,165	27,135	0,94067	0,81582	1,7565
12:00	60,200	33,110	27,090	0,938	0,815	1,753	33,110	27,09	0,93841	0,81499	1,7534

13:00	60,100	33,055	27,045	0,936	0,814	1,750	33,055	27,045	0,9362	0,81415	1,7504
14:00	59,400	32,670	26,730	0,922	0,808	1,730	32,67	26,73	0,9222	0,80829	1,7305
15:00	57,800	31,790	26,010	0,900	0,795	1,694	31,79	26,01	0,89959	0,79489	1,6945
16:00	57,800	31,790	26,010	0,900	0,795	1,694	31,79	26,01	0,89959	0,79489	1,6945
17:00	60,400	33,220	27,180	0,943	0,817	1,760	33,22	27,18	0,94297	0,81666	1,7596
18:00	60,800	30,400	30,400	0,891	0,877	1,767	30,4	30,4	0,89055	0,87674	1,7673
19:00	62,500	31,250	31,250	0,892	0,893	1,785	31,25	31,25	0,8922	0,89263	1,78548
20:00	62,500	31,250	31,250	0,892	0,893	1,785	31,25	31,25	0,8922	0,89263	1,78548
21:00	62,700	31,350	31,350	0,893	0,895	1,788	31,35	31,35	0,8932	0,8945	1,7877
22:00	62,600	31,300	31,300	0,893	0,894	1,786	31,3	31,3	0,89268	0,89357	1,7862
23:00	61,800	30,900	30,900	0,890	0,886	1,776	30,9	30,9	0,89004	0,88608	1,7761
24:00	62,300	31,150	31,150	0,891	0,891	1,782	31,15	31,15	0,89138	0,89076	1,7821

Keterangan :  $C_{1(rs)} = 8,859 - 0,519 P_1 + 0,00845 P_1^2 (x 10^7 \text{ Rp/h})$

$C_{2(rs)} = 0,319 + 0,018 P_2 + 0,0000114 P_2^2 (x 10^7 \text{ Rp/h})$

## B. Pembahasan

Untuk mendapatkan model operasi yang optimal terhadap setiap unit maka dilakukan perhitungan pengolahan data harian, mingguan, dan bulanan agar menunjukkan biaya bahan bakar minimum dengan daya yang optimum untuk setiap unit pada PLTU Barru dengan perhitungan menggunakan metode *Lagrange multiplier* dan *dynamic programming* kemudian dibandingkan dengan biaya bahan bakar yang telah dikeluarkan oleh perusahaan. Adapun hasil perbandingan yang lebih optimal antara kondisi nyata PLTU Barru dan hasil perhitungan.

Tabel 10. Perbandingan yang Lebih Optimal antara Kondisi Nyata PLTU Barru dan Hasil Perhitungan.

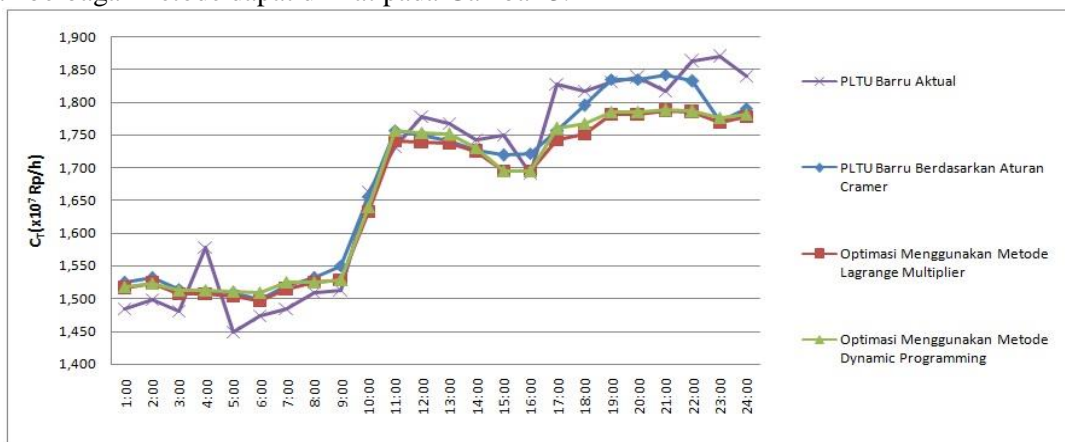
Tgl	Kondisi Nyata PLTU Barru Lebih Optimal	Hasil Perhitungan Lebih Optimal	Kondisi Lain yg Tdk Jelas
4 Mei 2016	Jam 17:00 – 24:00 24,40 MW (24,40%) – 48,10 MW (48,10%)	-	-
5 Mei 2016	Jam 01:00 – 16:00 47,10 MW (47,10%) – 60,30 MW (60,30%)	Jam 17:00 – 24:00 60,40 MW (60,40%) – 62,70 MW (62,70%)	-
6 Mei 2016	Jam 01:00 – 17:00 57,90 MW (57,90%) – 63,90 MW (63,90%)	Jam 18:00 – 24:00 60,30 MW (60,30%) – 61,50 MW (61,50%)	-
7 Mei 2016	-	Jam 01:00 – 24:00 50,50 MW (50,50%) – 62,90 MW (62,90%)	-
8 Mei 2016	Jam 17:00 – 24:00 57,28 MW (57,28%) – 58,51 MW (58,51%)	Jam 01:00 – 16:00 58,64 MW (58,64%) – 64,80 MW (64,80%)	-
10 Mei 2016	Jam 01:00 – 08:00 55,80 MW (55,80%) – 57,60 MW (57,60%)	-	-
11 Mei 2016	Jam 01:00 – 12:00 31,40 MW (31,40%) – 61,30 MW (61,40%)	-	-
18 Mei 2016	Jam 07:00 – 08:00 30,21 MW (30,21%) – 34,88 MW (34,88%)	Jam 09:00 – 20:00 39,09 MW (39,09%) – 70,90 MW (70,90%)	Jam 21:00 – 24:00
19 Mei 2016	Jam 01:00 – 02:00 68,80 MW (68,80%) – 70,20 MW (70,20%)	Jam 09:00 – 24:00 67,47 MW (67,47%) – 74 MW (74%)	Jam 03:00 – 08:00
20 Mei 2016	-	Jam 01:00 – 08:00 66,40 MW (66,40%) – 73,80 MW (73,80%)	Jam 09:00 – 24:00
21 Mei 2016	-	Jam 01:00 – 24:00 65,50 MW (65,50%) – 79,50 MW (79,50%)	-
22 Mei 2016	Jam 06:00 38,18 MW (38,18%)	Jam 01:00 – 05:00 52,50 MW (52,50%) – 78,10 MW (78,10%)	-
25 Mei 2016	Jam 21:00 – 22:00 49,80 MW (49,80%) – 53,40 MW (53,40%)	Jam 23:00 57,60 MW (57,60%)	-
26 Mei	-	Jam 01:00 – 24:00	-

2016		69,80 MW (69,80%) – 85,80 MW (85,80%)	
27 Mei 2016	-	Jam 01:00 – 24:00 78,60 MW (78,60%) – 86,20 MW (86,20%)	-
28 Mei 2016	-	Jam 01:00 – 24:00 73,30 MW (73,30%) – 88,16 MW (88,16%)	-
29 Mei 2016	-	Jam 01:00 – 24:00 80,50 MW (80,50%) – 86,40 MW (86,40%)	-
30 Mei 2016	-	Jam 01:00 – 24:00 64,40 MW (64,40%) – 87 MW (87%)	-
31 Mei 2016	-	Jam 01:00 – 24:00 82,10 MW (82,10%) – 86 MW (86%)	-

Tabel 11. Perbandingan Biaya Bahan Bakar Harian PLTU Barru dengan Berbagai Metode pada Tanggal 05 Mei 2016.

Jam	Total Daya (MW)	PLTU Barru Aktual			PLTU Barru Teoritis (Aturan Cramer)			Lagrange Multiplier			Dynamic Programming		
		P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	C <sub>T</sub>	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	C <sub>T</sub>	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	C <sub>T</sub>	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	C <sub>T</sub>
		(MW)	(MW)	(x10 <sup>7</sup> Rp/h)	(MW)	(MW)	(x10 <sup>7</sup> Rp/h)	(MW)	(MW)	(x10 <sup>7</sup> Rp/h)	(MW)	(MW)	(x10 <sup>7</sup> Rp/h)
01:00	48,100	32,800	15,300	1,484	32,80	15,30	1,524	31,7971	16,3029	1,5152	31,265	16,835	1,5176
02:00	48,500	32,800	15,700	1,498	32,80	15,70	1,531	31,7977	16,7023	1,5226	31,525	16,975	1,5232
03:00	47,700	32,700	15,000	1,481	32,70	15,00	1,515	31,7966	15,9034	1,5079	28,620	16,695	1,5132
04:00	47,700	32,400	15,300	1,579	32,40	15,30	1,511	31,7966	15,9034	1,5079	28,620	16,695	1,5132
05:00	47,500	32,500	15,000	1,449	32,50	15,00	1,508	31,7963	15,7037	1,5042	30,875	16,625	1,5114
06:00	47,100	32,100	15,000	1,474	32,10	15,00	1,498	31,7958	15,3042	1,4968	32,97	14,13	1,5085
07:00	48,000	32,600	15,400	1,484	32,60	15,40	1,519	31,797	16,203	1,5134	33,000	15,000	1,5256
08:00	48,600	32,700	15,900	1,509	32,70	15,90	1,531	31,7978	16,8022	1,5244	31,590	17,010	1,5248
09:00	48,800	33,400	15,400	1,512	33,40	15,40	1,550	31,7981	17,0019	1,5281	31,72	17,08	1,5281
10:00	54,500	33,400	21,100	1,663	33,40	21,10	1,655	31,8058	22,6942	1,6333	32,7	21,8	1,64
11:00	60,300	33,200	27,100	1,733	33,20	27,10	1,757	31,8136	28,4864	1,741	33,165	27,135	1,7565
12:00	60,200	32,900	27,300	1,778	32,90	27,30	1,749	31,8134	28,3866	1,7392	33,110	27,09	1,7534
13:00	60,100	32,400	27,700	1,768	32,40	27,70	1,740	31,8133	28,2867	1,7373	33,055	27,045	1,7504
14:00	59,400	32,300	27,100	1,743	32,30	27,10	1,726	31,8124	27,5876	1,7243	32,67	26,73	1,7305
15:00	57,800	30,100	27,700	1,750	30,10	27,70	1,719	31,8102	25,9898	1,6945	31,79	26,01	1,6945
16:00	57,800	30,000	27,800	1,691	30,00	27,80	1,722	31,8102	25,9898	1,6945	31,79	26,01	1,6945
17:00	60,400	33,100	27,300	1,827	33,10	27,30	1,757	31,8137	28,5863	1,7429	33,22	27,18	1,7596
18:00	60,800	34,100	26,700	1,817	34,10	26,70	1,795	31,8143	28,9857	1,7504	30,4	30,4	1,7673
19:00	62,500	34,300	28,200	1,831	34,30	28,20	1,834	31,8165	30,6835	1,7821	31,25	31,25	1,78548
20:00	62,500	34,300	28,200	1,838	34,30	28,20	1,834	31,8165	30,6835	1,7821	31,25	31,25	1,78548
21:00	62,700	34,400	28,300	1,817	34,40	28,30	1,842	31,8168	30,8832	1,7859	31,35	31,35	1,7877
22:00	62,600	34,200	28,400	1,862	34,20	28,40	1,832	31,8167	30,7833	1,784	31,3	31,3	1,7862
23:00	61,800	32,300	29,500	1,869	32,30	29,50	1,771	31,8156	29,9844	1,769	30,9	30,9	1,7761
24:00	62,300	33,000	29,300	1,840	33,00	29,30	1,790	31,8163	30,4837	1,7784	31,15	31,15	1,7821

Berdasarkan Tabel 11., maka grafik biaya bahan bakar harian PLTU Barru pada 05 Mei 2016 dengan berbagai metode dapat dilihat pada Gambar 3.



Gambar 3. Perbandingan Biaya Bahan Bakar Harian PLTU Barru pada 05 Mei 2016 dengan Berbagai Metode



Pada Gambar 3, dapat dilihat beban tertinggi tanggal 05 Mei 2016 terjadi pada jam 21:00 dimana pada saat itu total daya sebesar 62,70 MW dengan biaya bahan bakar PLTU Barru secara aktual sebesar Rp  $1,817 \times 10^7$  /h dan diperoleh biaya bahan bakar PLTU Barru berdasarkan aturan Cramer sebesar Rp  $1,842 \times 10^7$  /h, optimasi menggunakan metode *Lagrange multiplier* sebesar Rp  $1,7859 \times 10^7$  /h, sedangkan dengan metode optimasi menggunakan *dynamic programming* sebesar Rp  $1,7877 \times 10^7$  /h. Sehingga model operasi yang optimal pada jam 21:00 ialah menggunakan metode *Lagrange multiplier* dengan  $P_1$  sebesar 31,8165 MW, sebesar  $P_2$  sebesar 30,7833 MW.

#### IV. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah dilakukan, maka dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Dari hasil pengolahan data diketahui optimasi operasi unit-unit pembangkit pada PLTU Barru dengan menggunakan metode *Lagrange multiplier* lebih optimal dibandingkan dengan metode *dynamic programming* meskipun memiliki nilai yang hampir sama.
2. Dari hasil penelitian, pada umumnya hasil perhitungan lebih optimal dibandingkan kondisi nyata PLTU Barru. Khususnya pada bulan Mei 2016, hasil perhitungan yang optimal sepanjang hari (selama 24 jam) yaitu tanggal 7 dengan daya total 56,7 MW (56,7%), tanggal 20 dengan daya total 70,1 MW (70,1%), tanggal 21 dengan daya total 72,5 MW (72,5%), tanggal 26 dengan daya total 77,8 MW (77,8%), tanggal 27 dengan daya total 82,4 MW (82,4%), tanggal 28 dengan daya total 80,73 MW (80,73%), tanggal 29 dengan daya total 83,45 MW (83,45%), tanggal 30 dengan daya total 75,7 MW (75,7%), dan tanggal 31 dengan daya total 84,05 MW (84,05%). Adapun kondisi nyata PLTU Barru lebih optimal dibandingkan hasil perhitungan dengan daya total rata-rata 50,36 MW (50,36%) yaitu pada tanggal 4 jam 17:00 – 24:00, tanggal 5 jam 01:00 – 16:00, tanggal 6 jam 01:00 – 17:00, tanggal 8 jam 17:00 – 24:00, tanggal 10 jam 01:00 – 08:00, tanggal 11 jam 01:00 – 12:00, tanggal 18 jam 01:00 – 12:00, tanggal 19 jam 01:00 – 02:00, tanggal 22 jam 06:00, dan tanggal 25 jam 21:00 – 22:00, diluar dari waktu tersebut hasil perhitungan menunjukkan nilai optimal.
3. Dari hasil perhitungan biaya tarif dasar berdasarkan metode *Lagrange multiplier* dan *dynamic programming* menyatakan bahwa unit 1 memiliki biaya tarif dasar lebih murah dibandingkan unit 2. Hal ini dibuktikan dengan hasil perhitungan yang dilakukan pada tanggal 05 Mei 2016 yaitu biaya tarif dasar pada unit 1 sebesar Rp 282,926 / kWh dan pada unit 2 sebesar Rp 326,899 / kWh

#### DAFTAR PUSTAKA

- [1] Herdianto. 2015. Laporan PKL Kinerja Boiler PLTU Barru. Politeknik Negeri Ujung Pandang. Makassar.
- [2] Kholisoh, Dyar. 2008. Optimasi Numerik dan Analisis Numerik. Yogyakarta: Universitas Islam Indonesia
- [3] Angdrie, S. V. (2012). Optimalisasi Biaya Bahan Bakar Untuk Penjadwalan Unit-Unit Pada Pembangkit Thermal Sistem Minahasa Dengan Metode Iterasi Lamda. Jurnal Teknik Elektro dan Komputer, 1(2).
- [4] Syam, S. (2020). Optimasi Pembangkit Listrik Hidro-Termal Dengan Menggunakan Metode Gradien Orde Dua. Deepublish.
- [5] Siswanto, M., Hermawan, H., & Syakur, A. (2011). Mengoptimalkan Pembagian Beban Pada Unit Pembangkit Pltgu Tambak Lorok Dengan Metode Lagrange Multiplier (Doctoral dissertation, Jurusan Teknik Elektro Fakultas Teknik Undip).
- [6] Kanata, S. (2017). Pembangkitan Ekonomis pada Unit Pembangkit Listrik Tenaga Diesel Telaga Gorontalo Menggunakan Algoritma Genetika. Jurnal Rekayasa Elektrika, 13(3), 119-124.

- [7] Hadinanto, H., Asmar, A., & Gusa, R. F. (2018, October). Optimasi Pembangkitan Ekonomis Unit-Unit Pembangkit Listrik Tenaga Diesel Menggunakan Metode Particle Swarm Optimization (PSO) Studi Kasus di PLTD Merawang. In *Proceedings of National Colloquium Research and Community Service (Vol. 2)*.
- [8] Zhu, J. (2015). *Optimization of power system operation*. John Wiley & Sons.
- [9] Bertsekas, D. P. (2014). *Constrained optimization and Lagrange multiplier methods*. Academic press.
- [10] Marsudi, D. (2006). *Operasi sistem tenaga listrik*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- [11] Grainger, J. J. (1999). *Power system analysis*. McGraw-Hill.
- [12] Idris, A. R. (2013). Studi Optimasi Operasi Pembangkit Tenaga Listrik Dengan Metode Pemrograman Dinamik. *PROGRES*, 5(2), 55-66.
- [13] Indriani, A. (2006). Optimasi Penjadwalan Unit Pembangkit Thermal dengan Dynamics Programming. In *Seminar Nasional Aplikasi Teknologi Informasi (SNATI)*.